6

IN EUCLIDIS LIBROS

GEOMETRIÆ PLANÆ

ET SOLIDÆ

EXERCITATIO ACADEMICA

QUAM AUSPICE

S. THOMA AQUINATE

PUBLICE EXHIBET

REGINALDUS LONGO

IN NEAPOLITANO ORD. PRÆDIC. EJUSDEM S. THOMÆ COLLEGIO GEOMETRIÆ ET LINGUARUM ORIENTALIUM AUDITOR.

NEAPOLI. MDCCLXXXIV.

TYPIS MICHAELIS MORELLI

Auctoritate Publica.

Digitized by Google

Digitized by Google

PRÆFATIO.

EST revera animus, oneri vix inclinati hyemis pene ſuccumbens, membra nimbis, procellisque enervata. Ecquis ergo hodie Rus ſe non confert, quo & ſitus jucunditate, & aeris ſalubritate, animi tranquillitatem, ac corporis vires capeſſere valeat? Noſtris officiis, qua par erat obſervantia, exhibitis, nonnulli, etſi humaniter, aperte ob id tamen ſe excuſarunt. Et hercle, ajebant, cara eſt hominibus, præ ceteris poſt labores, aeriſque inclementiam ſolitudo amabilis, amena, ſalubria loca: illinc otio non illiberali animum concedere conſultum eſt: ſilentium, etſi quandoque, ſolo avium cantu ibi placide interrumpitur oblectamentum haud vulgare, præ dulci animi levamine, erit: illinc proſpectus pulcherrimus noſtris ſenſibus undique objicitur, quo & præteritarum ærumnarum plane obliviſcimur, et vires primas accipimus: frigidus enim rivulus, qui gelidis nitidiſque ſerpet aquis, læto murmurans ſuſurro, aures ſuavi concentu nonne recreat? humiles hic ſunt, frugiferique clives, rupes hedera, viridique muſco veſtitæ: illic montes ſpiſſis oleis coronati, ſparſa, & hic, & inde querceta, platanus, fruticeſque, quæ cum oculos ſummo ſpectaculo capiant, corpora haud minori vigore donantur. Proſpera hæc omnia vobis obtingant continuo repoſuimus; abſit ut ea nos invideamus: quinimmo ſi Poeta nobis vice hac favebit, veſtra propria eſſe canamus.

Vobis Deus hæc otia fecit.

Eja igitur ſuave vos oblectamentum proſequimini: etenim & prata olentia ad ſe animum jam provocant, & cœli clementia ſatis hac tempeſtate vobis arridet: nos jucunde tempus fallere conabimur, iiſdemque non intermiſſis laboribus. Verum enim vero, & vobis, quibus, præ ſumma veſtra benignitate dumtaxat accepti fuimus, officio vacare haud poſſimus, quin gratias ſummas intimo cordis affecto rependamus. Nos præceptionibus hujuſce Collegii inſtituti hoc facere cogimur: vos innata dumtaxat bonitate, nobis perhumaniter indulgere, etſi, haud ſine veſtro incommodo, minime renuiſtis. Equidem magnum revera hoc eſſe beneficium, quis ita vecors ibit inficias? Aſt & multo majus, teſtor, ſi æquo animo, veſtras pereruditas aures, meis dictis modo præbeatis: quod cum non diffidear, ſumma libertate propoſitas propoſitiones demonſtrare aggrediar.

CA.

Digitized by Google

CAPUT I.

De Geometriæ planæ elementis. Et primo.

DE QUANTITATUM PROPOSITIONE.

PARS I.

De Æquemultiplicibus.

DEFINITIONES.

I. Quantitatis.
II. Quantitatum Homogenearum.
III. Quantitatum Heterogenearum.
IV. Partis Aliquotæ.
V. Partis Aliquantæ.
VI. Partis communis.
VII. Partium ſimilium.
VIII. Multiplicis.
IX. Multiplicis communis.
X. Æquemultiplicium.

Propoſitiones ex V. libro Euclid.

I. SI fuerint quotcumque magnitudines magnitudinum totidem, ſingulæ ſingularum æquemultiplices; quotuplex eſt una unius, totuplices, erunt & omnium ſimul ſumptarum, omnes ſimul ſumptæ.

II. Si prima ſecundæ fuerit tam multiplex, quam tertia quartæ, & quinta inſuper ſecundæ tam multiplex, quam ſexta quartæ: erit prima ſimul & quinta tam multiplex ſecundæ, quam eſt quartæ tertia ſimul & ſexta.

III. Si primæ ſecundæ fuerit tam multiplex, quam tertia quartæ, æquemultiplices primæ & tertiæ erunt etiam æquemultiplices ſecundæ & quartæ.

V. Si tota totius tam multiplex ſit, quam ablata ablatæ; erit reliqua reliquæ tam multiplex quam tota totius.

VI. Si duæ magnitudines æquemultiplices fuerint magnitudinum duarum, & harum præterea æquemultiplices quoque ſint duæ ex iis ablatæ; erunt, & reliquæ vel iiſdem æquales, vel earundem æquemultiplices.

PARS II.

De Proportione.

DEFINITIONES.

I. Rationis.
II. Rationis Æqualitatis.
III. Rationis Inæqualitatis majoris.
IV. Rationis Inæqualitatis minoris.
V. Rationum Similium.
VI. Exponentis Rationum.
VII. Rationis Compoſitæ.
VIII. Rationum multiplicatarum.

IX. Rationum Submultiplicatarum.
X. Proportionis.
XI. Proportionis Continuæ.
XII. Proportionis Diſcretæ.
XIII. Quantitatum Proportionalium.
XIV. Quantitatum Homologarum.

Propoſitiones ex lib. V. Euclidis.

IV. Si prima ad ſecundam eamdem habuerit rationem, quam tertia ad quartam: æquemultiplices primæ, & tertiæ ad æquemultiplices ſecundæ & quartæ, eandem quoque rationem habebunt.

XV. Partes cum ſuis æquemultiplicibus comparatæ, eamdem cum iis ſervant rationem.

XI. Rationes quæ eidem ſunt æquales inter ſe ſunt æquales.

VII. Aequales ad eamdem, eamdem habent rationem: & eadem ad æquales.

IX. Quæ ad eamdem, eamdem habent rationem, inter ſe ſunt æquales: & ad quas eadem eamdem rationem habet, etiam inter ſe ſunt æquales.

XII. Si fuerint quotcumque magnitudines proportonales: erit ut una antecedentium ad unam conſequentium, ita & omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

XIV. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint; prima & ſecunda erunt, vel una æquales, vel una majores, vel una minores tertia, & quarta.

XVI. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint; & permutando, dividendo, & componendo etiam proportionales erunt.

XIX. Si fuerit, ut tota ad totam, ita ablata ad ablatam; erit & reliqua ad reliquam, ut tota ad totam.

XX. Si tres magnitudines fuerint vel in ordinata, vel in perturbata ratione cum aliis totidem, primæ ipſarum erunt vel una æquales, vel una majores, vel una minores ultimis earumdem.

XXII. Si tres magnitudines fuerint, ſive in ordinata, ſive in perturbata ratione cum aliis tribus magnitudinibus: primæ ipſarum ad ultimas ex æquali in eadem ratione erunt.

XXIV. Si prima ad ſecundam habuerit eamdem rationem, quam tertia ad quartam: fuerit autem, ut quinta ad ſecundam: ita ſexta ad quartam; erit compoſita ex prima, & quinta ad ſecundam, ut compoſita ex tertia & ſexta ad quartam.

XXV. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: maxima & minima ſimul reliquis duabus majores erunt.

P A R S III.

De Rationibus diverſis.

DEFINITIONES.

I. Rationum Inæqualium.
II. Rationis Majoris.
III. Rationis Minoris.

Propoſitiones ex V. lib. Eucl.

VII. Inæqualium magnitudinum major ad eamdem majorem habet rationem: eademque ad minorem.

X. Ad eamdem magnitudinem rationem habentium, quæ majorem rationem habet, illa major eſt: ad quam

quam vero eadem majorem rationem habet, illa eſt minor.

XIII. Si prima habuerir ad ſecundam eamdem rationem, quam tertia ad quartam: tertia autem ad quartam habuerit rationem majorem quam quinta ad ſextam; & prima ad ſecundam majorem quoque rationem habebit, quam quinta ad ſextam.

C A P U T II.

DE LINEIS RECTIS

P A R S I.

De rectis ſibi mutuo occurrentibus.

DEFINITIONES.

I. Puncti.
II. Lineæ.
III. Extremorum lineæ.
IV. Lineæ rectæ.
V. Rectarum angulnm conſtituentium.
VI. Perpendicularis ungulum Rectum efficientis.
VII. Obliquæ efficientis angulum acutum, vel obtuſum.

Propoſitiones ex I. lib. Euclid.

II. Ad datum punctum datæ rectæ lineæ, æqualem rectam lineam ponere.

III. Datis duabus rectis lineis in æqualibus, de majore minori partem æqualem abſcindere.

VII. Ad eamdem rectam lineam duabus eiſdem rectis lineis non conſtituentur aliæ duæ rectæ lineæ æquales, altera alteri, ad aliud, atque aliud punctum, ad eamdem partem, eoſdem, quos primæ rectæ lineæ, terminos habentes.

XI. Ex puncto in recta linea dato perpendicularem excitare.

XII. Super rectam infinitam ex puncto, quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam demittere.

XIII. Recta linea inſiſtens ſuper aliam rectam lineam, efficit angulos hinc inde exiſtentes, vel rectos, vel duobus rectis æquales.

XIV. Si ex puncto unius rectæ lineæ ducantur ad partes oppoſitas duæ aliæ rectæ lineæ, quæ conſtituant cum illa angulos hinc & inde exiſtentes duobus rectis æquales, in directum erunt duæ illæ rectæ lineæ.

XV. Si duæ rectæ lineæ ſe mutuo ſecent, anguli, quos ad verticem faciunt, inter ſe ſunt æquales.

XXIII. Ad datam rectam lineam, atque ad datum in ea punctum, angulum dato angulo rectilineo æqualem conſtituere.

P A R S II.

De Æquidiſtantibus.

DEFINITIO PARALLELARUM

Propoſitiones ex lib. I. Euclid.

XXVII. Si in duas rectas lineas in eodem plano jacentes tertia incidat recta linea, & efficiat vel angulos alternos æquales, vel angulum exte-

 rio-

riorem æqualem interiori & oppoſito ad eamdem partem, vel duos angulos interiores ad eamdem partem poſitos duobus rectis æquales, parallelæ erunt duæ illæ rectæ lineæ.

XXIX. Si in duas rectas lineas parallelas tertia incidat recta linea: hæc efficiet, & angulos alternos æquales, & angulum exteriorem æqualem interiori & oppoſito ad eamdem partem, & duos angulos interiores ad eamdem partem poſitos duobus rectis æquales.

XXX. Quæ eidem ſunt parallelæ inter ſe ſunt parallelæ.

XXXI. Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere.

XXXIII. Quae aequales, et parallelas ad eaidem partes conjugunt rectas lineas ſunt etiam æquales, & parallelæ.

P A R S III.

De Sectione, & Proportione Rectarum.

Propoſitiones ex lib. I. & VI. Euclid.

X. Lib. I. datam rectam lineam terminatam biſariam dividere.

IX. Lib. VI. A data recta linea optatam partem abſcindere.

X. Datam rectam lineam ſecare in partes proportionales partibus, in quas ſecta eſt alia data recta linea.

XI. Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem invenire.

XII. Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem invenire.

XIII. Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem invenire.

C A P U T I.

DE TRIANGULIS.

P A R S I.

De Triangulorum ſeorſum ſpectatorum Proprietatibus.

DEFINITIONES.

I. Superficiei.
II. Extremorum ſuperficiei.
III. Superficiei planæ.
IV. Figuræ.
V. Figuræ rectilineæ.
VI. Trianguli.
VII. Trianguli æquilateri, iſoſcelis, & ſcaleni.
VIII. Trianguli rectanguli, obtuſanguli, & acutanguli.
IX. Altitudinis trianguli, & generatim omnis figuræ.

Propoſitiones ex I. & VI. lib. Euclid.

I. Lib. I. In data recta linea terminata triangulum, æquilaterum, iſoſceles, vel ſcalenum deſcribere.

V. Iſoſcelium triangolorum anguli ad baſim inter ſe ſunt æquales, & productis æqualibus lateribus, anguli infra baſim etiam inter se æquales erunt.

VI. Si trianguli duo anguli æquales fuerint, & latera eos angulos ſubtendentia pariter æqualia erunt.

XVI. Omnis trianguli, uno latere producto; exterior angulus eſt major

jor utrolibet interiore & oppoſito.

XVII. Omnis trianguli duo anguli ſimul duobus rectis minores ſunt, quomodocumque ſumpti.

XXVIII. Omnis trianguli majus latus majorem angulum ſubtendit.

XIX. Omnis trianguli major angulus majus latus ſobtendit.

XX. In omni triangulo, duo latera ſimul majora ſunt reliquo, quomodocumque ſumpta.

XXI. Si ex terminis unius lateris trianguli ducantur intra triangulum, duæ rectæ lineæ; eæ ſimul minores erunt duobus aliis lateribus trianguli, angulum vero majorem continebunt.

XXII. Extribus rectis lineis, quæ tribus aliis datis ſint æquales, triangulum conſtituere, oportet autem, ut ex tribus datis duæ ſimul reliqua majores ſint, quomodocumque ſumptæ.

XXXII. Cujuſcumque trianguli, uno latere producto, angulus exterior eſt æqualis duobus interioribus, & oppoſitis ſimul ſumptis; & anguli omnes ſimul duobus rectis ſunt æquales.

XLVII. In triangulis rectangulis quadratum hypotenuſæ æquale eſt quadratis laterum ſimul ſumptis.

XLVIII. Si quadratum ex uno latere trianguli æquale ſit quadratis; quæ ex aliis duobus lateribus fiunt, angulus ſub his lateribus contentus, rectus erit.

XII. Lib. II. In triangulis obtuſangulis, quadratum, quod fit ex latere obtuſum angulum ſubtendente, majus eſt quadratis, quæ fiunt ex lateribus obtuſum angulum continentibus, rectangulo bis contento ſub uno dictorum laterum, & portione, quam prope angulum obtuſum adjungit ei perpendicularis ex oppoſito angulo demiſſa.

XIII. In triangulis acutangulis quadratum, quod fit ex latere acutum angulum ſubtendente, minus eſt quadratis, quæ fiunt ex lateribus acutum angulum continentibus, rectangulo bis contento ſub uno dictorum laterum, & portione, quam prope angulum acutum abſcindit ex eo perpendicularis ex oppoſito angulo demiſſa.

X. Lib. IV. Equicrure triangulum conſtituere, cujus uterque angulorum ad baſim duplus ſit anguli verticalis.

II. Lib. VI. Si uni laterum trianguli parallela recta linea dicatur, ea ſecabit alia duo latera proportionaliter, & viciſſim ſi ſecet proportionaliter duo latera trianguli, ea tertio lateri parallela erit.

III. Recta, quæ ſecat angulum verticalem alicujus trianguli biſariam, ſecabit baſim in ratione laterum; & viciſſim recta, quæ ſecat baſim alicujus trianguli in ratione laterum, ſecabit angulum verticalem biſariam.

VIII. Si in triangulo rectangulo ex angulo recto ad baſim perpendicularis demittatur; hæc dividet triangulum in duo alia triangula, quæ tum toti, tum inter ſe ſimilia erunt.

XXXI. In triangulis rectangulis figura quævis, a latere hypothenuſæ deſcripta, æqualis erit figuris, quæ illi ſimiles, & ſimiliter poſitæ, deſcribuntur a lateribus rectum angulum continentibus.

PARS

Digitized by Google

P A R S II.

De triangulorum ad invicem comparatorum proprietatibus.

DEFINITIONES.

I. Triangulorum, & generatim figurarum rectarum ſimilium.

II. Triangulorum, & generatim figurarum rectarum reciprocarum.

Propoſitiones ex lib. I. & VI. Euclid.

IV. Lib. I. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, & angulos ſub iis lateribus contentos æquales; habebunt & baſim baſi æqualem; erit triangulum æquale triangulo, & erunt reliqui anguli reliquis angulis æquales, alter alteri, quibus æqualia latera ſubtenduntur.

VIII. Si duo triangula habeant duo latera duobus lateribus æqualia, alterum alteri, & baſim baſi æqualem; & angulos ſub æqualibus lateribus contentos pariter æquales habebunt.

XXIV. Si duo triangula habeant duo latera duobus lateribus æqualia, alterum alteri, & angulum ſub iis lateribus contentum angulo majorem; & baſim baſi majorem pariter habebunt.

XXV. Si duo triangula habeant duo latera duobus lateribus æqualia, alterum alteri, & baſim baſi majorem: habebunt & angulum, ſub iis lateribus contentum, angulo quoque majorem.

XXVI. Si duo triangula habeant duos angulos duobus angulis æquales, alterum alteri, & unum latus uni lateri æquale, ſive quod æqualibus adjacet angulis, ſive quod uni æqualium angulorum opponitur; omnia alia etiam æqualia habebunt.

XXXVII. Triangula ſive in eadem; ſive in æqualibus baſibus, & in iiſdem parallelis conſtituta inter ſe ſunt æqualia.

XXXIX. Triangula æqualia, ſive in eadem baſi, ſive in æqualibus baſibus in directum jacentibus, & ad eamdem partem conſtituta, ſunt etiam in iiſdem parallelis.

I. Lib. VI. Triangula, eamdem altitudinem habentia inter ſe ſunt ut baſes.

IV. Triangula, æquiangula habent latera circum æquales angulos proportionalia; & homologa ſunt latera illa quæ æquales angulos ſubtendunt.

V. Triangula, quæ latera habent proportionalia, erunt etiam æquiangula; & æquales habebunt eos angulos, quos homologa latera ſubtendunt.

VII. Triangula, quæ unum angulum uni angulo æqualem habent, latera vero circa alios angulos proportionalia, & reliquos angulos ejuſdem ſpeciei inter ſe, hoc eſt, vel utrumque acutum, vel utrumque obtuſum; erunt etiam æquiangula, & æquales habebunt angulos illos, circa quos ſunt latera proportionalia.

XV. Triangula, quæ æqualia ſunt & habent unum angulum uni angulo æqualem, habent quoque latera circum æquales angulos reciproce proportionalia; & viciſſim trian-

triangula, quæ circum æquales angulos, latera habent reciproce proportionalia, ſunt etiam æquiangula inter ſe.

XIX. Triangula ſimilia ſunt inter ſe in ratione duplicata laterum homologorum.

XXXII. Si duo triangula habeant duo latera duobus lateribus proportionalia, & compoſita ad eumdem angulum, habeant quoque latera homologa parallela; reliqua eorum latera in directum erunt.

C A P U T IV.

DE PARALLELOGRAMMIS.

P A R S I.

De Parallelogrammorum abſolute Spectatorum affectionibus.

DEFINITIONES.

I. Parallelogrammi.
II. Quadrati.
III. Rectanguli.
IV. Rhombi.
V. Rhomboidis.

Propoſitiones ex I. lib. Euclid.

XXXIV. lib. I. Parellelogrammorum ſpatiorum latera, quæ ex adverſo ſunt, inter ſe ſunt æqualia; ſimiliter autem & anguli, diagonalis vero ea biſariam dividit.

XLI. Si parallelogrammum & triangulum habeant eamdem baſim, & ſint in iiſdem parallelis conſtituta erit parallelogrammum duplum trianguli.

XLII. Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

XLIII. Parallelogrammorum ſpatiorum, eorum, quæ circa diametrum ſunt, complementa, inter ſe ſunt æqualia.

XLIV. Ad datam rectam lineam dato triangulo, æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo.

XLV. Dato rectilineo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo.

XLVI. In data recta linea terminata quadratum conſtituere.

P A R S II.

De Rectangulorum, & Quadratorum inter ſe comparatorum affectionibus.

Propoſitiones ex lib. II. Euclid.

I. Si fuerint duæ rectæ lineæ, una quidem ſecta in quotcumque partes, altera vero inſecta, rectangulum, quod fit ex tota & inſecta, æquale erit rectangulis, quæ fiunt ex partibus totius, & eadem inſecta.

II. Si recta linea ſecta fuerit utcumque, qnadratum, quod fit a tota, æquale erit rectangulis, quæ fiunt ex tota, & partibus.

III. Si recta linea ſecta fuerit utcumque, rectangulum ex tota, & parte una æquale erit rectangulo ſub par-

partibus , una cum quadrato quod ſit ex parte prædicta.

IV. Si recta linea ſecetur utcumque quadratum, quod fit ex tota ; æquale erit quadratis partium , una cum rectangulo , bis ſub partibus contento.

V. ſi recta linea ſecetur biſariam, & non biſariam , erit rectangulum ex partibus inæqualibus , una cum quadrato portionis, quæ inter utramque ſectionem interiicitur, æquale ei, quod a dimidia deſcribitur quadrato.

VI. Si recta linea ſecetur biſariam, eique alia in directum adjiciatur, erit rectangulum , quod fit ex tota, & adjecta, velut ex unica linea, in ipſam adjectam, una cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato , quod fit ex dimidia, & adjecta, ſimiliter tamquam ex unica linea.

VII. Si recta linea ſecetur utcumque, quadrata, quæ fiunt ex tota, & parte una, æqualia erat rectangulo bis contento ſub tota, & dicta parte una cum quadrato partis alterius.

VIII. Si recta linea ſecetur utcumque , quadratum , quod fit ex tota, & parte una, velut ex unica linea, æquale erit rectangulo quater contento ſub tota , & dicta parte , una cum quadrato partis alterius.

IX. Si recta linea ſecetur biſariam , & non biſariam , quadrata partium inæqualium dupla erunt quadratorum, quæ fiunt ex dimidia, & portione inter utramque ſectionem interjecta.

X. Si recta linea ſecetur biſariam, eique alia in directum adjiciatur ; quadrata duo, unum ex tota , & adjecta , velut ex unica linea , alterum ex ipſa adjecta , dupla erunt quadratorum, quæ fiunt ex dimidia, & ea quæ componitur ex dimidia , & adjecta.

XI. Datam rectam lineum ſubinde dividere, ut rectangulum , quod fit ex tota, & parte una, æquale ſit quadrato partis alterius.

P A R S III.

De Parallelogrammorum inter ſe comparatorum affectionibus.

Propoſitiones ex I. & VI. lib. Euclid.

XXXV. Lib. I. Parallelogramma in eiſdem, vel inæqualibus baſibus , & in iiſdem parallelis conſtituta inter ſe ſunt æqualia.

I Lib. VI. Parallelogramma eamdem altitudinem habentia , inter ſe ſunt ut baſes.

XIV. Parallelogramma , quæ æqualia ſunt, & habent unum angulum uni angulo æqualem , habent quoque latera circum æquales angulos reciproce proportionalia . Et viciſſim parallelogramma, quæ circum æquales angulos latera habent reciproce proportionalia, ſunt etiam inter ſe æqualia.

XVI. Si ſint quatuor rectæ lineæ proportionales; erit rectangulum ex mediis æquale rectangulo ex extremis. Et viciſſim, ſi rectangulum ex mediis æquale ſit rectangulo ex extremis, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

XVII. Si ſint tres rectæ lineæ proportionales ; erit rectangulum ex extremis æquale quadrato, quod deſcribitur a media . Et viciſſim , ſi re-

Digitized by Google

rectangulum ex extremis, æquale ſit quadrato, a media deſcripto; tres rectæ lineæ proportionales erunt.

XXIII. Parallelogramma æquiangula habente inter ſe rationem ex lateribus compoſitam.

XXIV. Parallelogramma quæ ſunt circa diametrum alterius, tum toti, cum inter ſe ſimilia ſunt.

XXVI. Si ex parallelohrammo aliud auferatur, quod communem cum eo angulum habens, ſit eidem ſimile, ſimiliterque poſitum; conſiſtet etiam cum illo circa eamdem diagonalem.

XXVII. Omnium parallelogrammorum, quæ ad eamdem rectam applicata deficiunt parrallelogrammis alicui dato ſimilibus maximum eſt illud, quod applicatur ſuper dimidiam.

XXVIII. Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, deficiens patallelogrammo, qnod alteri dato ſit ſimile. Oportet autem ut datum rectilineum non majus ſit eo parallelogrammo, quod applicatum ſuper dimidiam datæ rectæ lineæ, deficit parallelogrammo, quod eidem dato ſit ſimile.

XXIX. Ad datam rectam lineam, dato rectilineo, æquale parallelogrammum applicare, excedens parallelogrammo quod alteri dato ſit ſimile.

C A P U T V.

DE POLYGONIS.

DEFINITIO POLYGONI.

Propoſitiones ex lib. VI. Euclidis.

XVIII. In data recta linea, dato rectilineo, ſimili ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere.

XX. Poligona ſimilia dividuntur in triangula numero æqualia, ſimilia, & homologa totis, duplicatamque habent rationem laterum homologorum.

XXI. Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & inter ſe ſimilia ſunt.

XXII. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt rectilinea ſimilia ſimiliterque ab eis deſcripta etiam proportionalia. Et viciſſim ſi rectilinea proportionalia ſunt, ipſæ rectæ lineæ etiam proportionales erunt.

XXV. Rectilineum conſtituere, quod ſit ſimile uni dato, & æquale alteri dato.

CA-

CAPUT VI.

DE CIRCULIS.

PARS I.

De præcipuis Circulorum affectionibus.

DEFINITIONES.

I. Circuli.
II. Centri.
III. Diametri.
IV. Semicirculi.
V. Segmenti.
VI. Rectæ circulum tangentis.
VII. Circulorum ſe mutuo tangentium.
VIII. Rectarum a centro circuli æquidiſtantium.
IX. Anguli ad centrum.
X. Anguli ad circumferentiam.
XI. Anguli in portione circuli.
XII. Anguli portionis circuli.
XIII. Segmentorum ſimilium.
XIV. Sectoris.

Propoſitiones ex Lib. III. Euclid.

I. Dati circuli centrum invenire.

II. Si in circuli circumferentia duo puncta ſumantur, quæ puncta iſta conjugit recta linea intra circulum cadet.

III. Si recta linea per centrum ducta aliam rectam lineam non ductam per centrum bifariam ſecet, ſecabit ad angulos rectos; & ſi ſecet ad angulos rectos, ſecabit bifariam.

IV In circulo ſi duæ rectæ lineæ ſe ſe in centro non ſecent, utraque bifariam non ſecabitur.

VII. Si in circuli diametro capiatur punctum, aliquod, quod non ſit centrum, & ex eo ducantur ad circumferentiam plures aliæ rectæ lineæ: earum omnium maxima quidem erit illa quæ tranſit per centrum; minima vero reliqua portio diametri; aliarum autem, quæ maximæ propinquiores ſunt; majores erunt ſemper remotioribus; & ab illo eodem puncto nonniſi duæ rectæ lineæ æquales duci poterunt.

VIII. Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ex quo ducantur plures rectæ lineæ, tum ad concavam, cum ad convexam circuli circumferentiam; earum utique, quæ pertingunt ad concavam maxima quidem erit illa, quæ tranſit per centrum, aliarum vero, quæ maximæ ſunt propinquiores, majores erunt ſemper remotioribus; viciſſim autem illarum, quæ pertingunt ad convexam, minima quidem erit illa, quæ producta tranſit per centrum, aliarum vero, quæ minimæ ſunt propinquiores, minores erunt ſemper remotioribus; & ab illo eodem puncto, tum ad concavam, cum ad convexam circuli ciecumferenriam, nonniſi duæ rectæ lineæ æquales duci poterunt.

IX. Si e puncto, intra circulum ſumpto, cadant ad ejus circumferentiam plures, quam duæ rectæ lineæ æquales; aſſumptum punctum erit centrum circuli.

XIV. In circulo æquales rectæ lineæ, æqualiter a centro diſtant; & quæ æqualiter a centro diſtant; inter ſe ſunt æquales.

XV. In circulo maxima linearum in

in ipſo ductarum eſt diameter, ſeu quæ tranſit per centrum, aliarum autem, quæ centro ſunt propinquiores, majores ſunt ſemper remotioribus.

XVI. Si ex extremitate diametri perpendicularis ad eam erigatur; hæc tota cadet extra circulum; & in locum ipſa, & circuli circumferentia contentum nulla alia recta linea duci poterit.

XVII. Ex dato extra circulum puncto tangentem ad circulum ducere.

XVIII. Si circulum recta contingat linea; quæ centrum cum puncto contactus conjungit, perpendicularis erit ad tangentem.

XIX. Si circulum recta contingat linea, & ex puncto contactus perpendicularis ad tangentem erigatur, hæc tranſibit per centrum circuli.

XX. Angulus ad centrum duplus eſt anguli ad circumferentiam, quum ſuper eodem arcu inſiſtunt.

XXI. Qui in eadem portione ſunt anguli, inter ſe ſunt æquales.

XXII. Quadrilaterorum in circulo inſcriptorum anguli oppoſiti duobus rectis ſunt æquales.

XXV. Circuli portione data, invenire centrum circuli, cujus ea eſt portio & circulum perficere.

XXX. Datam circuli portionem bifariam dividere.

XXXI. Angulus in ſemicirculo eſt rectus; qui vero eſt in portione majore, eſt recto minor, qui in portione minori eſt recto major.

XXXII. Si circulum recta contingat linea, & ex puncto contactus alia utcumque circulum ſecans ducatur; anguli ſub tangente, & ſecante contenti, æquales erunt iis qui in alternis circuli portionibus conſtituuntur.

XXXIII. In data recta linea deſcribere portionem circuli, quæ ſuſcipiat angulum æqualem angulo dato.

XXXIV. Ex dato circulo abſcindere portionem, quæ ſuſcipiat angulum æqualem angulo dato.

XXXV. Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe mutuo ſecent; erit rectangulum ſub ſegmentis unius æquale rectangulo ſub ſegmentis alterius.

XXXVI. Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, & ex eo ducantur duæ rectæ lineæ, quarum una circulum contingat altera eundem utcumque ſecet; rectangulum ſub ſecante tota & portione extra circulum exiſtente contentum, æquale erit quadrato, quod fit ex tangente.

XXXVII. Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, & ex eo ducantur duæ rectæ lineæ, quarum una circulum ſecet, altera incidat in eum, ſitque rectangulum ſub ſecante tota, & portione extra circulum exiſtente contentum æquale quadrato incidentis; incidens iſta tangens erit.

P A R S II.

De circulorum inter ſe comparatorum proprietatibus.

Propoſitiones ex lib. III. & IV. Eucl.

V. Lib. III. Circuli, qui ſe mutuo ſecant, non poſſunt unum idemque centrum habere.

VI.

VI. Si duo circuli ſeſe intus contingant, non poſſunt unum, idemque centrum habere.

X. Circulus circulum in pluribus quam duobus punctis non ſecat.

XI. Si duo circuli ſeſe intus, vel extra contingant, recta coniugens centra ipſorum tranſibit, per punctum contactus.

XIII. Circulus circulum in pluribus, quam uno puncto non contingit; ſive intus, ſive extra.

XXIII. In eadem recta linea duæ circulorum portiones ſimiles, & inæquales inſtitui non poſſunt.

XXIV. In æqualibus rectis lineis ſimiles circulorum portiones conſtitutæ, ſunt etiam æquales.

XXVI. In circulis æqualibus æquales anguli æqualibus arcubus inſiſtunt, ſive ad centra, ſive ad circumferentias ſint poſiti.

XXVII. In circulis æqualibus anguli, qui ſive ad centra, ſive ad circumferentias poſiti, æqualibus arcubus inſiſtunt, ſunt etiam æquales inter ſe.

XXXVIII. In circulis æqualibus æquales rectæ lineæ æquales arcus abſcindunt, majorem quidem æqualem majori, minorem vero minori.

XXIX. In circulis æqualibus æquales arcus, æquales rectæ lineæ ſubtendunt.

XXXIII. lib. VI. In æqualibus circulis anguli, ſive ad centra, ſive ad circumferentias poſiti, eamdem habent rationem cum arcubus, quibus inſiſtunt; ſimiliter autem, & ſectores.

P A R S III.

De Rectilineorum in circulis deſcribendorum methodo.

DEFINITIONES

I. Circuli figuræ rectilineæ inſcripti.

II. Circuli figuræ rectilineæ circumſcripti.

III. Figuræ rectilineæ circulo inſcriptæ.

IV. Figuræ rectilineæ circulo circumſcriptæ:

Propoſitiones ex IV. Lib. Euclidis.

I. In dato circulo aptare rectam lineam, quæ alteri datæ ſit æqualis, oportet autem, ut data recta linea non ſit major diametro dati circuli.

II. In dato circulo deſcribere triangulum æquiangulum alteri triangulo dato.

III. Circa datum circulum deſcribere triangulum æquiangulum alteri triangulo dato.

IV. In dato triangulo circulum deſcribere.

V. Circa datum triangulum circulum deſcribere.

VI. In dato circulo quadratum deſcribere.

VIII. In dato quadrato circulum deſcribere.

XI. In dato circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.

XII. Circa datum circulum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum

lum deſcribere.

XIII. In dato pentangono æquilatero, & æquiangulo circulum deſcribere.

XIV. Circa datum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum circulum deſcribere.

XV. In dato circulo hexagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.

XVI. In dato circulo quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

De Geometriæ ſolidæ elementis.

CAPUT PRIMUM.

PARS PRIMA.

De lineis & planis rectis, & mutuo eorum occurſu.

DEFINITIONES.

I. Solidi & ejus extremorum.

II. Lineæ rectæ, ſive perpendicularis.

III. Plani recti.

IV. Inclinationis lineæ ad planum.

V. Inclinationis plani ad planum.

VI. Harum inclinationum ſimilitudinis.

VII. Planorum parallelorum.

Propoſitiones ex XI. lib. Euclid.

I. Rectæ lineæ pars una nequit eſſe in ſubjecto plano, altera extra planum.

II. Omne triangulum eſt in uno plano. Et duæ rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecantes in eodem plano ſunt.

III. Si duo plana se mutuo ſecent, communis eorum ſectio eſt recta linea.

IV. Si recta duabus rectis se mutuo secantibus perpendicularis exiſtat, etiam plano per ipſas ducto perpendicularis erit.

V. Si tres rectæ lineæ eidem rectæ ad idem punctum ſint perpendiculares, tres illæ erunt in uno plano.

VI. Rectæ lineæ, quæ eidem plano ſunt perpendiculares, inter se sunt parallelæ.

VII. Recta ſecans rectas poſitas in eodem plano, in uno eſt cum ipſis plano.

XIII. Si parellalarum una plano ſit recta, etiam altera eidem plano recta erit.

IX. Rectæ eidem lineæ parallelæ, licet non ſint in eodem plano cum illa, etiam ſunt inter se parallelæ.

X. Si duæ rectæ lineæ ſint parallelæ duabus aliis, etſi non in eodem plano exiſtant, æquales angulos continent.

XI. Ad planum datum, a dato extra illud puncto perpendicularem demittendi; & ex dato in eo puncto perpendicularem erigendi methodus demonſtratur.

XIII. Lineæ rectæ ex eodem puncto ductæ nequeunt eſſe ambæ ab idem planum rectæ.

XIV. Si recta ſit ad duo plana perpendicularis; plana erunt parallela.

XV. Si duæ rectæ se mutuo tangentes ad duas alias se mutuo tangentes fue-

fuerint parallelæ; etiam plana per ipſas ducta erunt parallela.

XVI. Planum ſecans parallela plana, in iis facit ſectiones parallelas.

XVII. Parallela plana rectas lineas proportionaliter ſecant.

XVIII. Si recta linea ſit ad planum recta, omnia, quae per eam ducuntur plana ſunt etiam ad planum recta.

XIX. Si duo plana ſe ſecantia ſint ambo recta eidem plano, communis eorum ſectio erit etiam plano perpendicularis.

P A R S II.

DEFINITIONES.

I. Similium figurarum ſolidarum.
II. Anguli ſolidi.
III. Anguli ſolidi rectilinei.
IV. Anguli ſolidi mixtilinei.
V. Anguli ſolidi curvilinei.
VI. Angulorum ſolidorum rectilineorum aequalium.
VII. Octaedri.
VIII. Icoſaedri.
IX. Dodecaedri.

Propoſitiones ex XI. lib. Euclid.

XX. Si angulus ſolidus tribus planis angulis continetur, horum duo quilibet reliquo ſunt majores.

XXI. Plani anguli ſolidum quodcunque componentes ſunt quatuor rectis minores.

XXIII. Solidum ordinatum tres tantum figuras planas ordinatas, & aequales poteſt continere.

XXIV. Quinque tantum ordinata ſolida dari poſſunt.

C A P U T II.

De parallelepipedorum affectionibus.

P A R S I.

DEFINITIONES.

I. Priſmatis.
II. Parallelepipedi.
III. Cubi.

Propoſitiones ex XI. lib. Euclid.

XXIV. Plana parallelepipedum continentia ſunt parallelogramma, quæ ex adverſo ſunt ſimilia, & æqualia.

XXVIII. Planum per adverſorum planorum diametros tranſiens, parallelepipedum ſecat in duo æqualia priſmata.

XXIX. Parallelepipeda, quae eandem habent baſim, & altitudinem eandem, ac proinde exiſtunt inter parallela plana, æqualia ſunt.

XXXI. Parallelepipeda ſuper æqualibus baſibus, & in eadem altitudine ſunt æqualia.

XL. Si fuerint duo priſmata triangularia æqualis altitudinis, quorum unum baſim habeat parallelogrammam duplam baſeos alterius, quae triangula ſit; priſmata erunt aequalia.

P A R S II.

XXV. Si parallelepipedum aut quodvis priſma, plano ſecetur adverſis

ſis planis parallelo; erit ut baſis ad baſim, ita ſolidum ad ſolidum.

XXXIV. Parallelepipeda quaevis aeque alta, ſunt inter ſe ut baſes.

XXXIII. Similia parallelepipeda ſunt in triplicata ratione laterum homologorum.

Cubum duplicandi methodus exhibetur.

XXXIV. Si parallelepipeda aequalia ſunt, reciprocant baſim, & altitudinem; & ſi reciprocant baſim, & altitudinem, ſunt aequalia.

XXXVI. Parallelepipedum ex tribus rectis proportionalibus factum aequatur parallelepipedo facto a media, & aequiangulo priori.

XXXVII. Parallelepipeda ſimilia, ſimiliterque a lineis proportionalibus deſcripta, etiam ipſa ſunt proportionalia; & e converſo.

C A P U T III.

De Pyramidibus, Cylindro, Cono, & Sphæra.

P A R S I.

DEFINITIONES.

I. Pyramidis.
II. Ejus verticis, baſeos, axis, lateris.
III. Coni recti.
IV. Coni scaleni.
V. Cylindri.
VI. Ejus baſeos, axis, & lateris.
VII. Cylindri recti.
VIII. Cylindri scaleni.
IX. Conorum, & Cylindrorum ſimilium.
X. Sphaerae.
XI. Ejus centri & diametri.
XII. Quid ſit magnitudinem in ſiguram deſinere.

LEMMATA, ET PORISMATA

I. Polygona circulo inſcripta in circulum deſinunt.

II. Si ea, quae duabus figuris inſcribuntur, vel circumſcribuntur, in ipſas deſinant, figurae iſtae habebunt eandem proportionem inter ſe, quam habent inſcripta, vel circumſcripta.

III. Si duae pyramides triangulares ſecentur planis ad baſes parallelis, quae dividant latera proportionaliter; erunt inter se, ut baſes.

IV. Pyramidi baſim triangulam habenti priſmata in infinitum inſcripta, deſinunt in ipſam pyramidem.

V. Pyramides, & Priſmata, quae Conis, & Cylindris in infinitum inſcribuntur, in Conos, & Cylindros deſinunt.

VI. Cylindri hemiſpherio inſcripti in hemiſphaerium deſinunt.

P A R S II.

De Circulorum proportione, & Pyramidibus.

Propoſitiones ex XII. lib. Euclid.

I. Polygonorum ſimilium Circulis inſcriptorum proportio eſt duplicata proportionis diametrorum, vel ſemidiametrorum.

Cir-

Digitized by Google

II. Circulorum proportio eſt duplicata proportionis diametrorum.

V. Pyramides triangulares aeque altae eandam inter ſe habent proportionem, ac baſes: ſicut & quaecumque aliae Pyramides ejuſdem altitudinis.

VII. Omnis pyramis tertia pars eſt priſmatis habentis eandem baſim & altitudinem.

VIII. Similium pyramidum proportio eſt triplicata ejus; quam habent homologa latera.

IX. Aequales pyramides reciprocam baſim, & altitudinem, & quae reciprocant, ſunt aequales.

PARS III.

De Cono, Cylindro & Sphaera.

Propoſitiones ex XII. Euclid. lib.

X. Omnis Conus tertia pars eſt Cylindri eandem baſim, & altitudinem habentis.

XI. Conorum aeque altorum proportio eadem eſt, quae baſium; idem accidit Cylindris aeque altis.

XII. Conorum, & Cylindrorum ſimilium proportio eſt triplicata proportionis diametrorum, quae ſunt in baſibus.

XIII. Cylindri ſecti plano ad baſim parallelo pars erit ad partem, ut axis ſegmentum unum ad aliud.

XIV. Cylindri, & Coni ſuper aequalibus baſibus conſtitutis, ſunt inter ſe ut altitudines.

XV. Aequales Coni, & Cylindri reciprocant baſes, & altitudines; et ſi reciprocant, aequales ſunt.

XVIII. Sphaerarum proportio eſt triplicata proportionis diametrorum.

VA1 154577

Digitized by Google